mathematics vision project

Transforming Mathematics Education

SECUNDARIA MATEMATICAS UNO

Un Enfoque Integrado

MODULO 2

Funciones Lineales & Exponenciales

MATHEMATICSVISIONPROJECT.ORG

The Mathematics Vision Project

Scott Hendrickson, Joleigh Honey, Barbara Kuehl, Travis Lemon, Janet Sutorius

© 2016 Mathematics Vision Project
Original work © 2013 in partnership with the Utah State Office of Education

This work is licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

MÓDULO 2 – TABLA DE CONTENIDO

FUNCIONES LINEALES & EXPONENCIALES

2.1 Cerditos y Albercas – Actividad para Desarrollar Comprensión
Introducción a funciones lineales y exponenciales continuas (F.IF.3)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciales 2.1

2.2 Shh! Por favor sé Discreto (¡Discreto!) – Actividad para Solidificar Comprensión
Conectar contexto con dominio y distinciones entre funciones discretas y continuas (F.IF.3, F.BF.1a, F.LE.1, F.LE.2)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciales 2.2

2.3 Lineal, Exponencial o Ninguna – Actividad para Practicar Comprensión
Distinguiendo entre funciones lineales y exponenciales usando varias representaciones (F.LE.3, F.LE.5)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciales 2.3

2.4 Ponerse a Trabajar – Actividad para Solidificar Comprensión
Comparando el crecimiento de modelos lineales y exponenciales (F.LE.2, F.LE.3, F.LE.5, F.lF.7, F.BF.2)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciales 2.4

2.5 Estableciendo mi Argumento – Actividad para Solidificar Comprensión
Interpretar ecuaciones que modelan funciones lineales y exponenciales (A.SSE.1, A.CED.2, F.LE.5, A.SSE.6)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciales 2.5

2.6 La forma sigue a la Función – Actividad para Solidificar Comprensión
Creando fluidez y eficiencia al trabajar con funciones lineales y exponenciales en sus diversas formas F.LE.2, F.LE.5, F.IF.7, A.SSE.6)
¡PREPARACIÓN, PRÁCTICA, RENDIMIENTO! Tarea: Funciones Lineales & Exponenciale

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

2.1 Conectando los Puntos: Cerditos y Albercas

CC BY Stockmonkeys.com https://flic.kr/p/d8t7KW

Actividad para Desarrollar Comprensión

1. Mi hermanita Savannah tiene tres años. Tiene una alcancía que quiere llenar. Empezó con cinco pennies; cada día cuando yo llego de la escuela, se emociona cuando le doy los tres pennies que me sobraron del almuerzo. Usa una tabla, una gráfica y una ecuación, para crear un modelo matemático para el número de pennies en la alcancía en el día n.

2. Nuestra familia tiene una pequeña alberca para relajarnos en el verano. La alberca tiene 1500 galones de agua. Decidí llenar la alberca para el verano. Cuando tenía 5 galones de agua en la alberca, decidí que no quería estar afuera mientras llenaba la alberca así que tuve que resolver cuando tiempo se llevaría en llenarse para poder irme y regresar a tiempo para cerrar la llave en el momento correcto. Verifiqué el flujo de la manguera y estaba llenando la alberca a una tasa de 2 galones por minuto. Usa una tabla, gráfica y una ecuación, para crear un modelo matemático para el número de galones en la alberca en t minutos.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

3. Soy más sofisticado que mi hermanita así que yo ahorro mi dinero en una cuenta de banco que me paga el 3% de interés al final de cada mes. (Si saco mi dinero antes de que termine el mes, no gano intereses por ese mes.) Abrí la cuenta con $50 que obtuve en mi cumpleaños. Usa una tabla, gráfica y una ecuación, para crear un modelo matemático de la cantidad de dinero que tendré en la cuenta después de m meses.

4. Al final del verano, decidí drenar los 1500 galones de agua de la alberca. Me di cuenta que se drena más rápido cuando hay más agua en la alberca. Eso me resultó interesante, así que decidí medir la tasa a la que se drena. Encontré que el 3% del agua se estaba drenando cada minuto. Usa una tabla, gráfica y una ecuación para crear un modelo matemático de los galones de agua en la alberca en t minutos.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

5. Compara los problemas 1 y 3. ¿Qué semejanzas ves? ¿Qué diferencias ves?

6. Compara los problemas 1 y 2. ¿Qué semejanzas ves? ¿Qué diferencias ves?

7. Compara los problemas 3 y 4. ¿Qué semejanzas ves? ¿Qué diferencias ves?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

Tema: Reconocer secuencias aritméticas y geométricas

Predice los siguientes 2 términos e la secuencia. Establece si la secuencia es aritmética, geométrica o ninguna. Justifica tu respuesta.

1. 4 , -20 , 100 , -500 , . . .
2. 3 , 5 , 8 , 12 , . . .
3. 64 , 48 , 36 , 27 , . . .
4. 1.5 , 0.75 , 0 , -0.75 , . . .
5. 40 , 10 , $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{8}$, ...
6. 1, 11, 111, 1111, . . .
7. -3.6, -5.4, -8.1, -12.15, . . .
8. -64, -47, -30, -13, . . .
9. Crea una secuencia predecible de al menos 4 números que NO sea aritmética o geométrica.

PRÁCTICA

Tema: Relaciones discretas y continuas

Identifica si las sigueinetes declaraciones representan una relación discrete o continua.

10. Tu cabello crece ½ pulgada por mes.
11. Por cada tonelada del papel que se recicla, se salvan 17 árboles.
12. Approximadamente 3.24 billones de galones de agua fluyen de las Cataratas de Niágara diariamente.
13. La persona promedio se ríe 15 veces al día.
14. La ciudad de Buenos Aires añade 6,000 toneladas de basura a sus basureros cada día.
15. Durante la Gran Depresión, los precios de las acciones bajaron el 75%.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

RENDIMIENTO

Tema: Resolver ecuaciones de un paso

Encuentra o utiliza la unidad de medida para cada una de las ecuaciones al calce.

16. Se venden en el Mercado 4 libras de manzanas por $2.00. ¿Cuál es el precio por libra (en centavos)?

17. Tres manzanas pesan aproximadamente una libra. ¿Aproximadamente cuánto cuesta una manzana? (Redondea al centésimo más cercano).

18. Una docena de huevos cuesta $1.98. ¿Cuánto cuesta aproximadamente un huevo? (Redondea al centésimo más cercano.)

19. Una docena de huevos cuesta $1.98. Si se pagaron $11.88 en la caja, sin impuestos, ¿cuántas docenas se compraron?

20. Best Buy Shoes tuvo una venta de regreso a la escuela. El recibo total por cuatro pares de zapatos fue de $69.24 (sin impuestos). ¿Cuál fue el precio promedio por cada par de zapatos?

21. Si sólo compraste 1 par de zapatos en Best Buy Shoes en lugar de los cuatro pares descritos en el problema 20, ¿cuánto habrías pagado, basado en el precio promedio?

Resuelve encontrando el valor de x. Muestra tu trabajo.

22. $6x = 72$

23. $4x = 200$

24. $3x = 50$

25. $12x = 25.80$

26. $\frac{1}{2}x = 17.31$

27. $4x = 69.24$

28. $12x = 198$

29. $1.98x = 11.88$

30. $\frac{1}{4}x = 2$

31. Algunos de los problemas del 22 – 30 podrían representar el trabajo que hiciste al contestar las preguntas 16-21. Escribe el número de la ecuación junto a la historia que ésta representa.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

2.2 Shh! Por favor se Discreto ¡(Discreto)!

CC BY Rochelle Hartman https://flic.kr/p/9vhwJ6

Actividad para Solidificar Comprensión

1. La Biblioteca del Congreso en Washington D.C. es connsiderada la biblioteca más grande del mundo. Frecuentementa reciben cajas de libros para añadir a su colección. Como los libros pueden ser bastante pesados, no son enviados en cajas grandes. Si en promedio, cada caja contiene cerca de 8 libros., ¿cuántos libros se reciben en la biblioteca en 6 cajas, 10 cajas o *n* cajas?
   a. Usa una tabla, una gráfica, y una ecuación para modelar esta situación.

   b. Identifica el dominio de la función.

2. Muchos de los libros de la Biblioteca del Congreso son electrónicos. Si se pueden bajar cerca de 13 libros electrónicos en la computadora cada hora, ¿cuántos libros electrónicos se pueden añadir a la biblioteca en 3 horas, en 5 horas o en *n* horas (asumiendo que la memoria de la computadora es ilimitada?

   a. Usa una tabla, una gráfica, y una ecuación para modelar esta situación.

   b. Identifica el dominio de la función.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

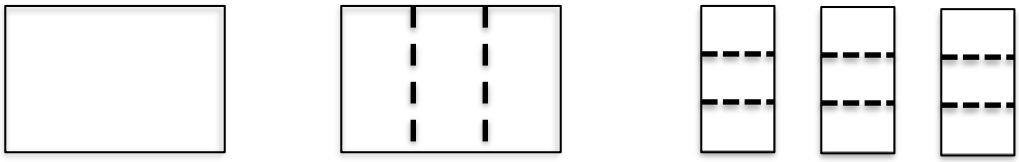
3. Las bibliotecarias trabajan para mantener la biblioteca ordenada y colocan los libros en los lugares correctos después de ser usados. Si una bibliotecaria puede acomodar y colocar en el librero 3 libros por minuto, ¿de cuántos libros puede hacerse cargo en 3 horas, 5 horas o *n* horas?
   Usa una tabla, una gráfica y una ecuación para modelar esta situación.

4. ¿Tendría sentido en cualquiera de estas situaciones que hubiera un tiempo en que 32.5 libros se hubieran enviado, se bajaran en las computadora o se colocaran en los libreros?

5. ¿Cuál de estas situaciones (en los problemas 1-3) representa una función discreta y cuál representa una función continua? Justifica tu respuesta.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

6. Un pedazo de papel gigante se recorta en tres partes iguales y cada una de éstas se recorta en tres partes iguales y así sucesivamente. ¿Cuántos pedazos de papel habrá después de 10 recortes? ¿Después de 20 recortes? ¿De *n* recortes?



Cero Recortes Un Recorte Dos Recortes

a. Usa una tabla, una gráfica y una ecuación para modelar esta situación.

b. Identifica el dominio de la función.

c. ¿Tendría sentido ver cuantos pedazos de papel hay en 5.2 recortes? ¿Por qué?

d. ¿Tendría sentido ver el número de recortes necesarios para hacer 53.6 pedazos de papel? ¿Por qué?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

7. La medicina que un paciente toma se asimila en el torrente sanguíneo del paciente y se dispersa fuera de su sistema. Supón que una dosis de 60 miligramos de medicamento desparasitante se le da a un perro y la medicina la asimila de manera que un 20% de la medicina se torna ineficaz cada hora. ¿Cuánto de la dosis de 60 miligramos todavía está activa en el torrente sanguíneo del perro después de 3 horas, después de 4.25 horas, después de *n* horas?

   a. Usa una tabla, una gráfica y una ecuación para modelar esta situación.

   b. Identifica el dominio de esta función.

   c. ¿Tendría sentido ver la cantidad de medicina activa en 3.8 horas? ¿Por qué?

   d. ¿Tendría sentido ver a los 3.5 miligramos de ver a los 35 milligramos de medicina? ¿Por qué?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

8. ¿Cuál de las funciones modeladas en el #6 y #7 son discretas y cuáles son continuas? ¿Por qué?

9. ¿Qué necesita tomarse en consideración al ver una situación o contexto para decidir si encaja mejor en un modelo discreto o continuo?

10. Describe las diferencias de cada representación (tabla, gráfica y ecuación) para funciones discretas or continuas.

11. ¿Cuáles de las funciones modeladas arriba son lineales? ¿Cuáles son exponenciales? ¿Por qué?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

Tema: Comparando tasas de cambio en situaciones lineales.

Declara cuál de las siguientes situaciones tiene la tasa de cambio más alta.

1. La elasticidad en una cuerda elástica alcanza 6 pulgadas cuando se le aplica un peso de 3 libras. Un resorte de juguete (slinky) se estira 3 pies cuando se le aplica un peso de 1 libra.

2. Un girasol crece 2 pulgadas cada día y un amarilis crece 18 pulgadas en una semana.

3. Poner 25 galones de gasoline en un camión en 3 minutos o llenar una tina con 40 galones de agua en 5 minutos.

4. Manejar 10 millas en una bicicleta en 1 hora o corer 3 millas en 24 minutos.

PRÁCTICA

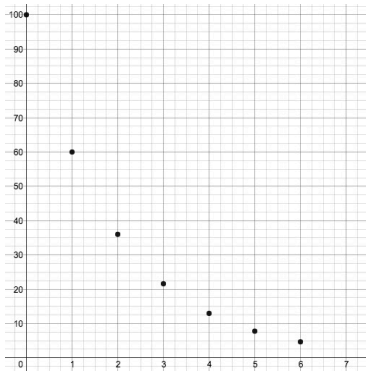
Tema: Relaciones discretas o continuas

Identifica si las siguientes declaraciones encajan major en el modelo de de *relaciones discretas o continuas.* Después, determina si la relación descrita es *lineal (aritmética)* o *exponencial* (geométrica).

5. El personal de construcción de una carretera vierte 300 pies de concreto en una día.
6. Por cada cuatro horas que pasan, el área infectada por bacteria se duplica.
7. Para alcanzar la demanda de trabajo que se les puso, los albañiles empezaron a colocar 5% más ladrillos cada día.
8. La persona promedio camina 10,000 pasos en un día.
9. La población de la ciudad de Buenos Aires ha crecido un 8% cada año.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

10. At En la cabecera del río Mississippi, el agua fluye a una velocidad en la superficie de 1.2 millas por hora.

11. a. $f(n) = f(n-1) + 3; f(1) = 5$ b.  c. $g(x) = 2^x(7)$

RENDIMIENTO

Tema: Resolviendo ecuaciones de un paso

Resuelve las siguientes ecuaciones. Recuerda que lo que hagas de un lado de la ecuación, lo debes hacer del otro lado también. (Muestra tu trabajo, aún si las puedes resolver mentalmente.)

Ejemplo: Resuelve para x. $1x + 7 = 23$ *Suma* -7 *a ambos lados de la ecuación.*

$$\begin{array}{r} 1x + 7 = 23 \\ -7 = -7 \\ \hline 1x + 0 = 16 \end{array}$$
Therefore $1x = 16$

Ejemplo: Resuelve para x. $9x = 63$ *Multiplica ambos lados de la ecuación por* $\frac{1}{9}$.

$$\begin{aligned} 9x &= 63 \\ \left(\frac{1}{9}\right)9x &= \left(\frac{1}{9}\right)63 \\ \left(\frac{9}{9}\right)x &= \frac{63}{9} \\ 1x &= 7 \end{aligned}$$

Nota que multiplicar todo por $\frac{1}{9}$ *da el mismo resultado que divider por 9.*

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

12. $1x + 16 = 36$

13. $1x - 13 = 10$

14. $1x - 8 = -3$

15. $8x = 56$

16. $-11x = 88$

17. $425x = 850$

18. $\frac{1}{6}x = 10$

19. $-\frac{4}{7}x = -1$

20. $\frac{3}{4}x = -9$

Mathematics Vision Project

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

mathematicsvisionproject.org

mathematics vision project

2.3 ¿Lineal, Exponencial o Ninguna?

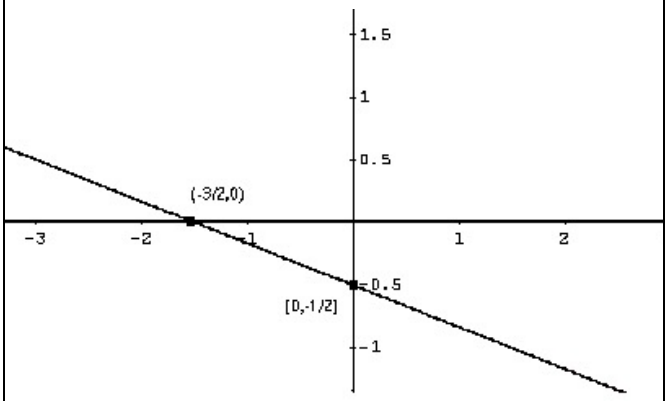
Actividad de Practica de Comprensión

CC BY John Shortland https://flic.kr/p/a8uzeA

For Para cada representación de una función, decide si es lineal, exponencial, o ninguna.

Da al menos 2 razones para tu respuesta.

1.



Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?

2.

Torneo de Tenis

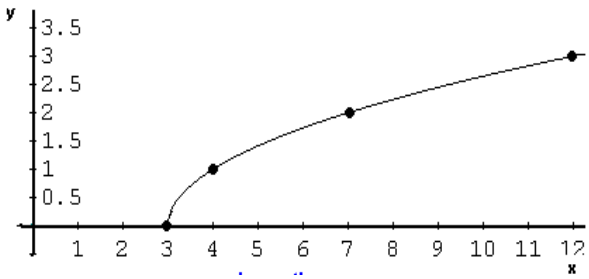
Rondas	1	2	3	4	5
Número de Jugadores Restantes	64	32	16	8	4

Hay 4 jugadores restantes después de 5 rondas

Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

3. $y = 4x$	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?
4. Esta función disminuye a una tasa constante. .	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?
5.  	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?

Mathematics Vision Project

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

<table>
<tr>
<td>6.
La estatura de una persona es una función de la edad de la persona (de 0 a 100)</td>
<td>Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?</td>
</tr>
<tr>
<td>7.
$-3x = 4y + 7$</td>
<td>Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?</td>
</tr>
<tr>
<td>8.
<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-2</td><td>23</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>-13</td></tr><tr><td>4</td><td>-31</td></tr><tr><td>6</td><td>-49</td></tr></table></td>
<td>Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?</td>
</tr>
</table>

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

9.

Estatura en Pulgadas	Medida de Zapato
62	6
74	13
70	9
67	11
53	4
58	7

Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?

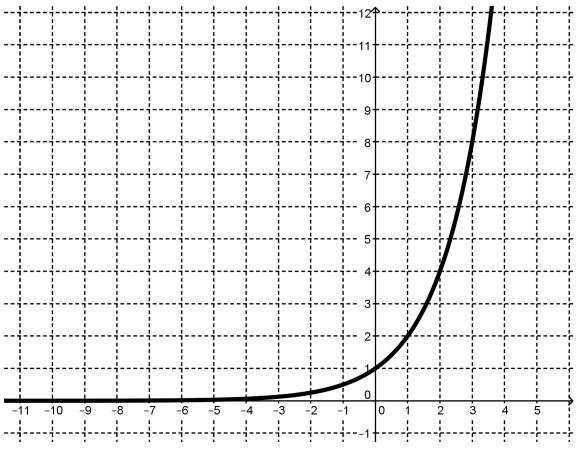
10.

El número de usuarios de celulares en Centerville es una función de años, si el número de usuarios se está incrementando en 75% cada año.

Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?

11.



Lineal Exponencial Ninguna

¿Por qué?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

12. El tiempo que te lleva llegar al trabajo está en función de la velocidad a la que manejas.	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?
13. $y = 7x^2$	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?
14. Cada punto en la gráfica es exactamente 1/3 del punto previo.	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?

Mathematics Vision Project

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

15. $f(1) = 7, f(2) = 7, f(n) = f(n-1) + f(n-2)$	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?
16. $f(1) = 1, f(n) = \frac{2}{3} f(n-1)$	Lineal Exponencial Ninguna ¿Por qué?

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

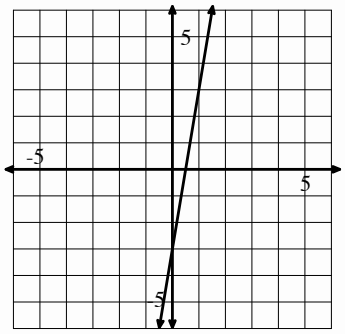
Tema: Comparar tasas de cambio en situaciones lineales y exponenciales.

Identifica si la situación "a" o "b" tiene una tasa de cambio mayor.

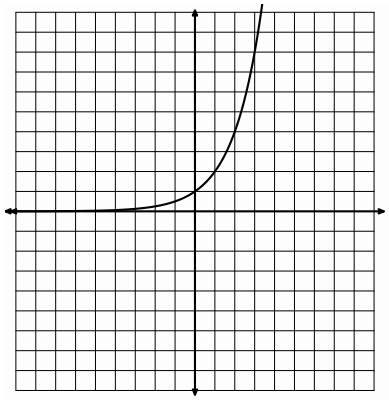
1. a.

x	y
-10	-48
-9	-43
-8	-38
-7	-33

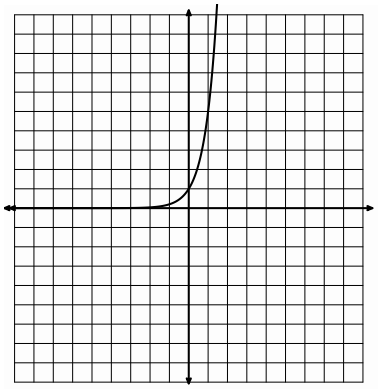
b.



2. a.



b.



3. a. A Lee le retienen $25 de su salario cada semana para pagear su pase del metro.

b. José le debe $50. a su hermano. Promete pagarle la mitad cada semana hasta que le deuda esté pagada.

4. a.

x	6	10	14	18
y	13	15	17	19

b. El número de rombos en cada figura

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

5 a. $y = 2(5)^x$

.

b. En el libro infantile, *The Magic Pot,* cada vez que pones un objeto en la olla, salen dos de los mismos objetos,. Imagina que tienes 5 ollas mágicas.

PRÁCTICA

Tema: Reconocer funciones lineales y exponenciales.

Basándote en cada una de las representaciones de una función, determina si esta es lineal, exponencial o ninguna.

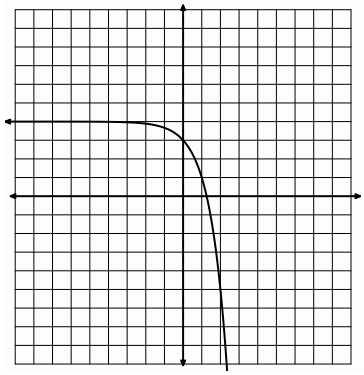
6. La población de un pueblo disminuye a una tasa de 1.5% por año.

7. Joan gana un salario de $30,000 por año, más una comisión de 4.25% por ventas.

8. 3x +4y = -3

9. El número de regalos recibidos cada día "Los 12 días de Navidad" está en función del día. ("En el 4° día de Navidad mi amor me dio 4 pájaros, 3 gallinas, 2 tórtolas y una codorniz en un árbol de pera").

10.



11.

Tamaño de cuadrado	Area del cuadrado
1 pulgada	1 pulgada ^{2}
2 pulgada	4 pulgada ^{2}
3 pulgada	9 pulgada ^{2}
4 pulgada	16 pulgada ^{2}

RENDIMIENTO

Tema: Medias Geométricas

Por cada secuencia geométrica al calce, encuentra los términos faltantes en la secuencia.

12.

x	1	2	3	4	5
y	2				162

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org
mathematics vision project

13.

x	1	2	3	4	5
y	1/9			-3	

14.

x	1	2	3	4	5
y	10				0.625

15.

x	1	2	3	4	5
y	g				gz^4

16.

x	1	2	3	4	5
y	-3				-243

Encuentra la tasa de cambio (la pendiente) en cada uno de los ejercicios al calce.

17.

x	g(x)
-5	11
-3	4
-2	0.5
0	-6

18.

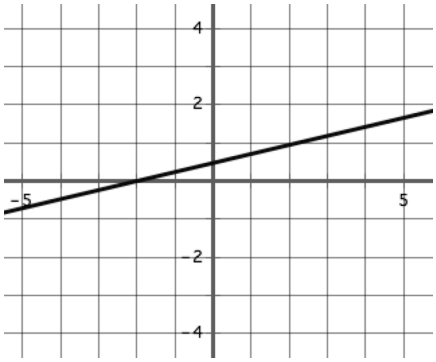
t	h(t)
3	13
8	23
18	43
23	53

19.

n	f(n)
-7	20
-5	24
-1	32
2	38

20. (2, 5) (8, 29)

21.



22. (-3, 7) (8, 29)

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

2.4 Ponerse a Trabajar

Actividad para Solidificar Comprensión

CC BY reynermedia
https://flic.kr/p/ifz6wb

Calcu-rama tuvo un ingreso bruto de 5 millones de dólares en el 2010, mientras que una pequeña compañía de la competencia, Computafest, tuvo un ingreso neto de 2 millones de dólares. La gerencia de Calcu-rama desarrolló un plan de negocios para crecimiento en el futuro que proyecta un incremento del ingreso neto de 0.5 millones por año, la gerencia de Computafest desarrolló un plan para incrementar su ingreso neto en 15% cada año.

a. Crea modelos matemáticos estándares (tabla, gráfica y ecuaciones) para el ingreso neto proyectado en base al tiempo, de ambas compañías. (Sé preciso y asegúrate de que cada modelo sea exacto y esté apropiadamente etiquetado para que represente cada situación).

b. Compara las dos compañías. ¿En qué son similares las representaciones del ingreso neto de las dos compañías? ¿En qué son diferentes? ¿Qué relaciones se realzan en cada representación?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

c. Si las dos compañías alcanzan sus metas de ingreso neto, ¿qué compañía escogerías para invertir? ¿Por qué?

d. ¿Cuándo sugieren tus proyecciones (si es que sucede), que las dos compañías tendrán el mismo ingreso neto? ¿Cómo encontraste esto? ¿Volverán a tener el mismo ingreso neto otra vez?

e. Como estamos creando los medelos para estas compañías, podemos escoger un modelo discreto o un modelo continuo. ¿Cuáles son las ventajas o desventajas de cada tipo de modelo?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

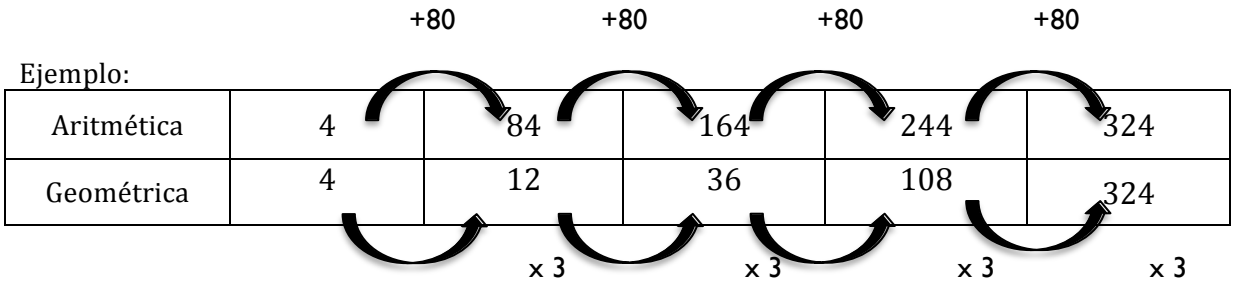
READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

Tema: Comprar secuencias aritméticas y geométricas

El primer y quinto término de la secuencia son dados. Llena los espacios con los números faltantes si es una secuencia aritmética. Luego, llena los espacios con los números si es una secuencia geométrica.

Ejemplo:



1.

Aritmética	3				48
Geométrica	3				48

2.

Aritmética	-6250				-10
Geométrica	-6250				-10

3.

Aritmética	-12				-0.75
Geométrica	-12				-0.75

PRÁCTICA

Tema: Distinguir especificaciones entre secuencias y funciones lineales y exponenciales.
Contesta las preguntas al calce respecto a la relación entre secuencias y el grupo más grande de funciones.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

4. Si la relación es modelada con una función continua, ¿cuál de los dominios es una posibilidad?

A. $\{x \mid x \in R, x \geq 0\}$ B. $\{x \mid x \in W\}$ C. $\{x \mid x \in Z, x \geq 0\}$ D. $\{x \mid x \in N\}$

5. ¿Cuál de las opciones al calce es una forma matemática de representar Números Naturales?

A. $\{x \mid x \in R, x \geq 0\}$ B. $\{x \mid x \in Q, x \geq 0\}$ C. $\{x \mid x \in Z, x \geq 0\}$ D. $\{x \mid x \in N\}$

6. Unicamente una de las elecciones al calce sería usada para un modelo continuo exponencial, ¿cuál es?

A. $f(x) = f(x-1) \cdot 4, f(1) = 3$ B. $g(x) = 4^x(5)$

C. $h(t) = 3t - 5$ D. $k(n) = k(n-1) - 5, k(1) = 32$

7. Unicamente una de las elecciones al calce sería usada para un modelo continuo linear, ¿cuál es?

A. $f(x) = f(x-1) \cdot 4, f(1) = 3$ B. $g(x) = 4^x(5)$

C. $h(t) = 3t - 5$ D. $k(n) = k(n-1) - 5, k(1) = 32$

8. ¿Qué elección de dominio sería más apropiado para una secuencia aritmética o geométrica?

A. $\{x \mid x \in R, x \geq 0\}$ B. $\{x \mid x \in Q, x \geq 0\}$ C. $\{x \mid x \in Z, x \geq 0\}$ D. $\{x \mid x \in N\}$

9. ¿Qué atributos tendrá siempre una secuencia aritmética o geométrica? (Puede haber más de una elección correcta. Circula todas las que apliquen.)

A. Continuo B. Discreto C. Dominio: $\{x \mid x \in N\}$ D. Dominio: $\{x \mid x \in R\}$

E. Valores negativos de x F. Algo constante G. Regla recursiva

10. ¿Qué tipo de secuencia encaja con modelos matemáticos lineales?

¿Cuál es la diferencia entre este tipo de secuencia y el marco general de las relaciones lineales? (Usa palabras en tu respuesta como discreta, continua, dominio, etc.)

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

11. ¿Qué tipo de secuencia encaja con los modelos matemáticos exponenciales?

¿Cuál es la diferencia entre este tipo de secuencia y el marco general de relaciones exponenciales? (Usa palabras en tu respuesta como discreta, continua, dominio, etc.)

RENDIMIENTO

Tema: Escribir ecuaciones explícitas para modelos lineales y exponenciales

Escribe ecuaciones explícitas para las tablas y gráficas al calce. Esto es algo que realmente debes saber. Persevera y hazlas todas para que puedas entenderlas. Recuerda las herramientas que hemos usado. (# 21es un bono, trata de hacerla).

12.

x	$f(x)$
2	-4
3	-11
4	-18
5	-25

13.

x	$f(x)$
-1	2/5
0	2
1	10
2	50

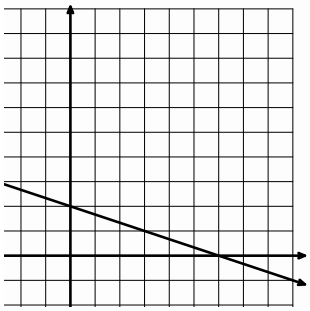
14.

x	$f(x)$
2	-24
3	-48
4	-96
5	-192

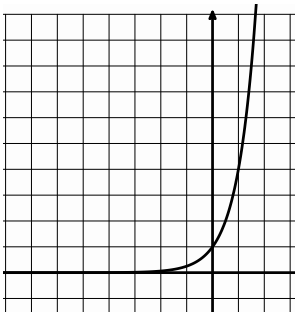
15.

x	$f(x)$
-4	81
-3	27
-2	9
-1	3

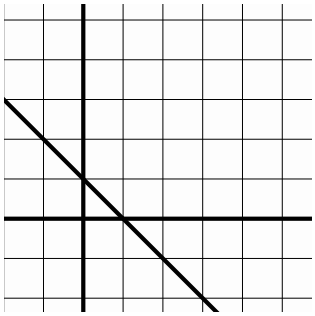
16



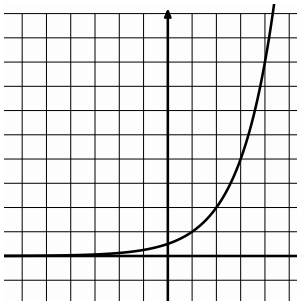
17.



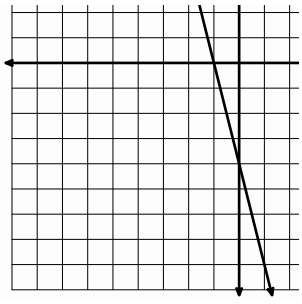
18.



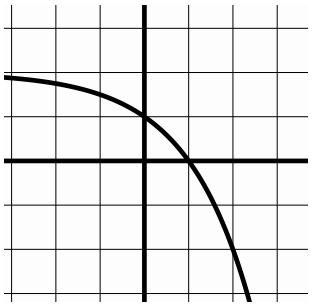
19.



20.



21.



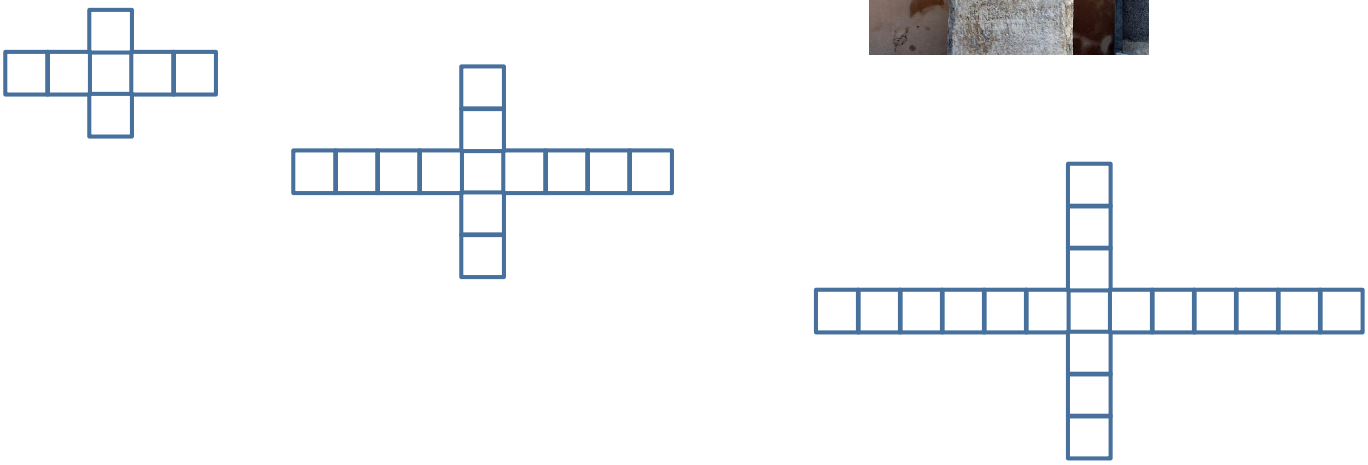
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

2.5 Estableciendo mi Argumento

Actividad para Solidificar Comprensión

CC BY Camille King https://flic.kr/p/hRFp

Zac y Sione estaban trabajando en predecir el número de bloques en este patrón:



Cuando compararon los resultados, platicaron sobre la interpretación de éstos:

Zac: Obtuve $y = 6n + 1$ porque noté que los 6 bloques se sumaron cada vez, así que el patrón debe haber empezado con 1 bloque en $n = 0$.

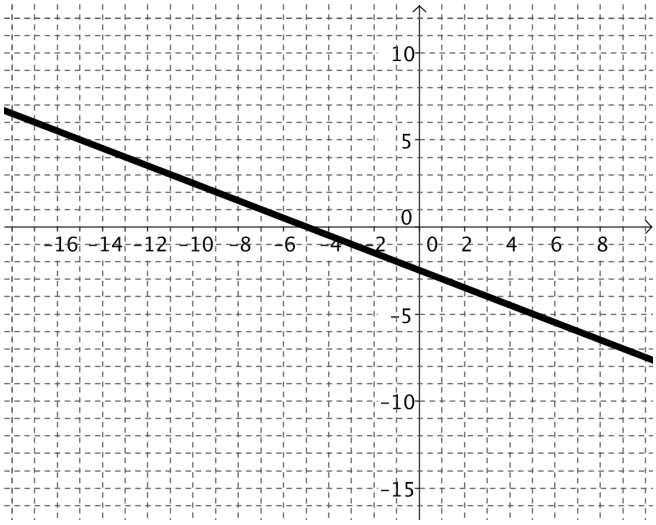
Sione: Obtuve $y = 6(n - 1) + 7$ porque noté que en $n = 1$ había 7 bloques y en $n = 2$ había 13, así que usé mi tabla para ver que obtuviera el número de bloques tomando uno menos que n, multiplicando por 6 (porque hay 6 nuevos bloques en cada figura) y luego añadiendo 7 porque es el número de bloques en la primera figura. Aquí está mi tabla:

1	2	3	n
7	13	19	$6(n-1)+7$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

1. ¿Qué piensas de las estrategias que usaron de Zac y Sione ? ¿Es alguna de las dos correcta? ¿Por qué si o por qué no? Usa tantas representaciones como puedas para apoyar tu respuesta.

El siguiente problema en el que Zac y Sione trabajaron fue escribir una ecuación de la línea mostrada al calce.



Cuando terminaron, esta es la conversación que tuvieron sobre cómo obtuvieron sus ecuaciones:

Sione: Fue dificil para mi decir donde la línea cruzó el eje de *y*, así que localicé dos puntos que pudiera leer fácilmente (-9, 2) y (-15, 5). Encontré que la pendiente era $-\frac{1}{2}$ e hice una tabla y la verifiqué con la gráfica. Aquí está mi tabla:

x	-15	-13	-11	-9	n
$f(x)$	5	4	3	2	$-\frac{1}{2}(n+9)+2$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

Me sorprendió notar que el patrón era empezar con *n*, sumar 9, multiplicar por la pendiente y luego sumar 2.

Obtuve la ecuación: $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 9) + 2$.

Zac: Pienso que hice algo similar, pero usé los puntos (7,-6) y (9,-7). Terminé con la ecuación: $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 9) - 7$. Uno de los dos debe estar equivocado porque tu respuesta dice que sumaste 9 a *n* y la mía que resto 9. ¿Cómo podemos los dos estar en lo correcto?

2. ¿Qué dices tú? ¿Pueden ambos estar en lo correcto? Muestra tu trabajo matemático para apoyar tu razonamiento.

Zac: Mi ecuación me hizo pensar si había algo especial sobre los puntos (9, -7) ya que estos parecen surgir en mi ecuación $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 9) - 7$ cuando observé el patrón numérico. Ahora estoy observando algo interesante – la misma cosa parece suceder con tu ecuación, $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 9) + 2$ y el punto (-9, 2)

3. Describe el patrón que Zac está notando.

4. Encuentra otro punto en la línea dada arriba y escribe una ecuación que surja del patrón de Zac.

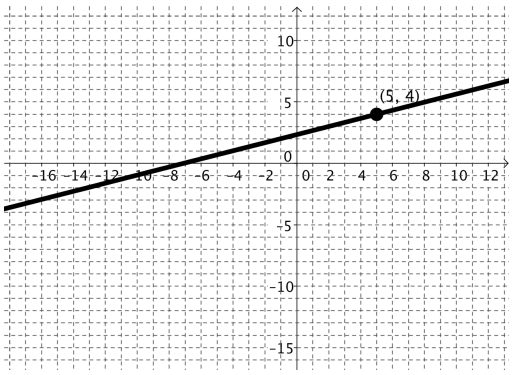
5. ¿Cómo luciría el patrón con el punto (a, b) si supieras que la pendiente de la línea fuera m?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

6. Zac te desafía a usar el patrón que notó para escribir la ecuación de la línea que tiene una pendiente de 3 y contiene el punto (2,-1). ¿Cuál es tu respuesta?

   Muestra una manera de verificar si tu ecuación es correcta.

7. Sione te desafía a usar el patrón para escribir la ecuación de la línea en la gráfica al calce, usando el punto (5, 4).



   Muestra una manera de verificar si tu ecuación es correcta.

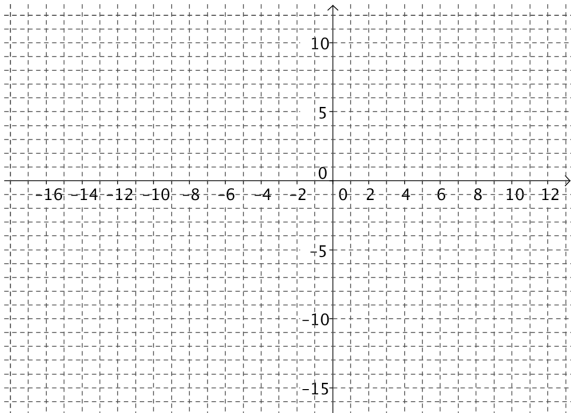
8. **Zac:** "Apuesto a que no puedes usar el patrón para escribir la ecuación de la línea a través de los puntos (1,-3) y (3,-5). ¡Trata!"

   Muestra una maera de verificar si tu ecuación es correcta.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

9. **Sione:** Me pregunto si podríamos usar este patrón para graficar las líneas, pensando en el punto de inicio y usando la pendiente. Trata con la ecuación: $f(x) = -2(x + 1) - 3$.
   Punto de inicio: Pendiente:

   Gráfica:



10. Zac se pregunta, "¿Qué hace que las líneas hacen que esto funcione?" ¿Cómo le contestarías a Zac?

11. ¿Podrías usar este patrón para escribir la ecuación de cualquier función lineal? ¿Por qué si o por qué no?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

Tema: Escribir ecuaciones de líneas.

Escribe una ecuación de una línea en forma pendiente-interseccíon de la línea: y = mx + b, usando la información dada.

1. m = -7, b = 4
2. m = 3/8, b = -3
3. m = 16, b = -1/5

Escribe la ecuación de la línea en la forma punto-pendiente: $y = m(x - x_1) + y_1$, usando la información dada.

4. m = 9, (0. -7)
5. m = 2/3, (-6, 1)
6. m = -5, (4, 11)

7. (2,-5) (-3, 10)
8. (0, -9) (3, 0)
9. (-4, 8) (3, 1)

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

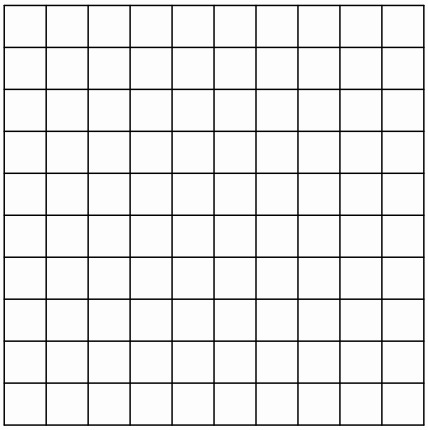
PRÁCTICA

Tema: Graficar funciones lineales y exponeciales

Haz una gráfica de la función basado en la siguiente información. Añade tus ejes. Escoge una escala apropiada y etiqueta tu gráfica. Después escribe la ecuación de la función.

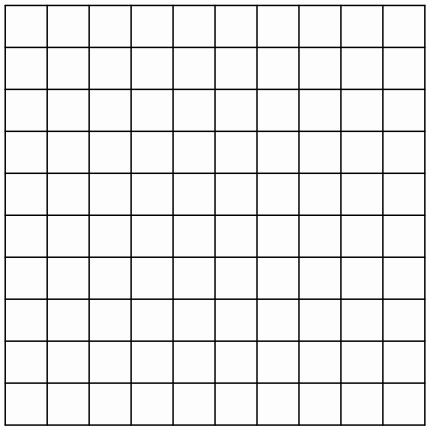
10. El valor inicial es 5 y su valor es 3 unidades más pequeñas en cade etapa.

Ecuación:



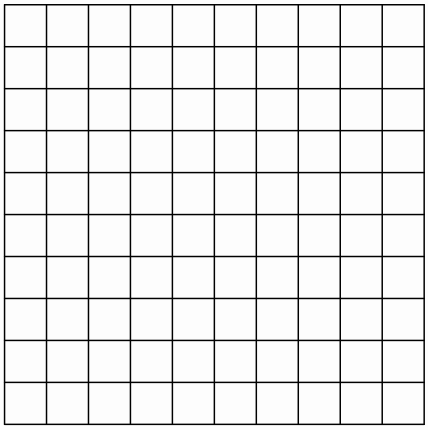
11. El valor inicial es 16 y su valor es ¼ más pequeño en cada etapa.

Ecuación:



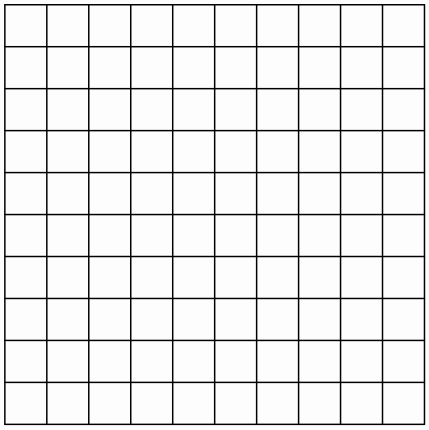
12. El valor inicial es 1 y su valor es 10 veces más grande en cada etapa.

Ecuación:



13. El valor inicial es -8 y su valor es 2 unidades más grande en cada etapa.

Ecuación:



Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

RENDIMIENTO

Tema: Ecuaciones Equivalentes

Probar que dos ecuaciones son equivalentes simplificando la ecuación al lado derecho del símbolo de igual. La justificación en el ejemplo es para ayudarte a entender los pasos para simplificar. NO necesitas justificar tus pasos.

Ejemplo:	Justificación
$2x - 4 = 8 + x - 5x + 6(x - 2)$	Suma $x - 5x$ y distribuye el 6 sobre $(x - 2)$
$= 8 - 4x + 6x - 12$	Combina los términos iguales.
$= -4 + 2x$	
$2x - 4 = 2x - 4$	Propiedad commutativa de adición

14. $x - 5 = 5x - 7 + 2(3x + 1) - 10x$

15. $6 - 13x = 24 - 10(2x + 8) + 62 + 7x$

16. $14x + 2 = 2x - 3(-4x - 5) - 13$

17. $x + 3 = 6(x + 3) - 5(x + 3)$

18. $4 = 7(2x + 1) - 5x - 3(3x + 1)$

19. $x = 12 + 8x - 3(x + 4) - 4x$

20. Escribe una expresión que sea igual a $(x - 13)$ debe tener al menos dos juegos de paréntesis y un símbolo de menos. Verifica que sea igual a $(x - 13)$.

Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0

2.6 La forma sigue a la Función

CC BY Paul Downey
https://flic.kr/p/ta4a

Actividad de Practica de Comprensión

Hasta ahora, hemos trabajado con ecuaciones lineales y exponenciales en muchas formas. Algunas de las formas de ecuaciones y sus nombres son:,

Funciones Lineales	
Ecuación	**Nombre**
$y = \frac{1}{2}x + 1$	Forma pendiente-intersección de la línea $y = mx + b$, donde m es la pendiente y b es la intersección de la línea
$y = \frac{1}{2}(x - 4) + 3$	Forma de punto-pendiente $y = m(x - x_1) + y_1$, donde m es la pendiente y (x_1, y_1) las coordenadas del punto de la línea
$f(0) = 1, f(n) = f(n-1) + \frac{1}{2}$	Fórmula de Recursión $f(n) = f(n-1) + D$, Dado un valor inicial $f(a)$ D = diferencia constant en términos consecutivos (usado sólo en funciones discretas)

Funciones Exponenciales	
Ecuación	**Nombre**
$y = 10(3)^x$	Forma Explicita $y = a(b)^x$
$f(0) = 10, f(n+1) = 3f(n)$	Fórmula de Recursión $f(n+1) = Rf(n)$ Dado un valor inicial $f(a)$ R = proporción constante entre términos (usado sólo en funciones discretas)

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

Saber una cantidad de diferentes formas de escribir y graficar ecuaciones es como tener una caja de herramientas de matemáticas. Puedes seleccionar la herramientas que necesitas para el trabajo, o en este caso, la forma de la ecuación que hace el trabajo más sencillo. Cualquier constructor con experiencia te dirá que entre más herramientas tengas es mejor. En esta actividad, trabajaremos con nuestras herramientas de matemáticas para asegurarnos de que sabemos cómo usarlas eficazmente. Conforme modeles las situaciones de los siguientes problemas, piensa en la información importante en el problema y las conclusiones que se deducirán de este. ¿Es la función lineal o exponencial? ¿te dan la pendiente en el problema, un punto, una proporción, una intersección de la línea y? ¿La función es discreta o continua? Esta información te ayuda a identificar las mejores herramientas ¡para que empieces a trabajar!

1. En su trabajo como vendedor de aspiradoras, Joe gana $500 cada mes, más $20 por cada aspiradora que vende. Escribe una ecuación que describa el ingreso mensual I de Joe como una función de n, el número de aspiradoras vendidas.

Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

Esta función es:	linear	exponencial	ninguna	(escoge una)
Esta función es:	continua	discreta	ninguna	(escoge una)

2. Escribe la ecuación de la línea con una pendiente de -1 a través del punto (-2, 5).

Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

Esta función es:	linear	exponencial	ninguna	(escoge una)
Esta función es:	continua	discreta	ninguna	(escoge una)

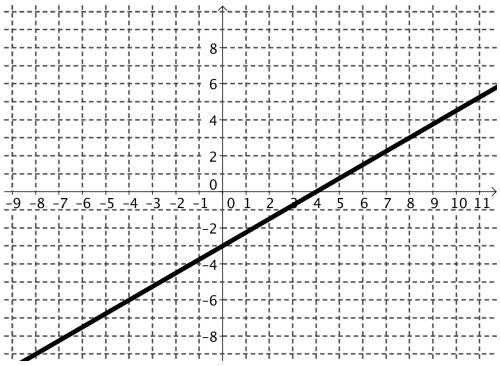
Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

3. Escribe la ecuación de la secuencia geométrica con una proporción constante de 5 y el primer término de -3.

Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

Esta función es:	linear	exponencial	ninguna	(escoge una)
Esta función es:	continua	discreta	ninguna	(escoge una)

4. Escribe la ecuación de la función graficada al calce:



Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

Esta función es:	linear	exponencial	ninguna	(escoge una)
Esta función es:	continua	discreta	ninguna	(escoge una)

5. La población del destino turístico Java Hot Springs en 2003, se estimaba en 35,000 habitantes con un incremento anual de aproximadamente 2.4%. Escribe una ecuación que modele el número de habitantes en Java Hot Springs con t = el número de años desde el 2003.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

Esta función es: linear exponencial ninguna (escoge una)

Esta función es: continua discreta ninguna (escoge una)

6. El Proyecto de feria de la ciencia de Yessica consiste en hacer crecer algunas semillas para ver que fertilizante las hace crecer más rápido. Una idea que ella ha tenido es usar una bebida energética para fertilizar la planta. (Pensó que si hace que la gente se sienta animada, puede tener el mismo efecto en las plantas). Estos son los datos que muestran el crecimiento de la semilla cada semana del proyecto

Semana	1	2	3	4	5
Altura (cm)	1.7	2.9	4.1	5.3	6.5

Escribe la ecuación que modela el crecimiento de la planta a través del tiempo.

Nombra la forma de ecuación que escribiste y por qué escogiste usar esa forma.

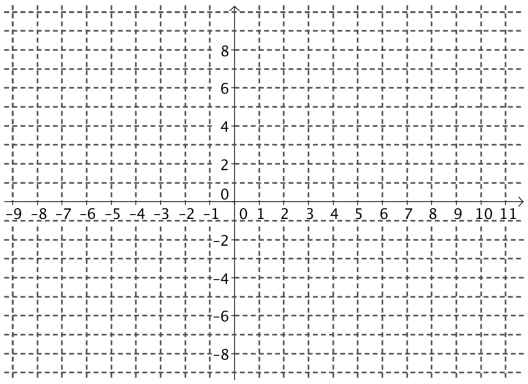
Esta función es: linear exponencial ninguna (escoge una)

Esta función es: continua discreta ninguna (escoge una)

Una ecuación nos da información que podemos usar para graficar la función. Escoge la información importante que se te da en cada una de las siguientes ecuaciones y usa la información para graficar la función.

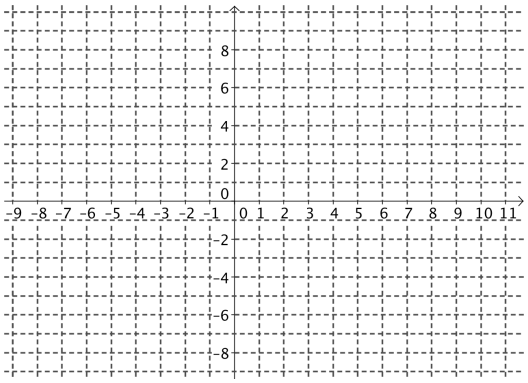
Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

7. $y = \frac{1}{2}x - 5$



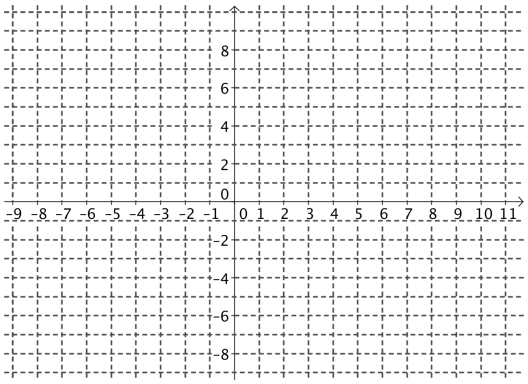
¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

8. $y = 2^n$



¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

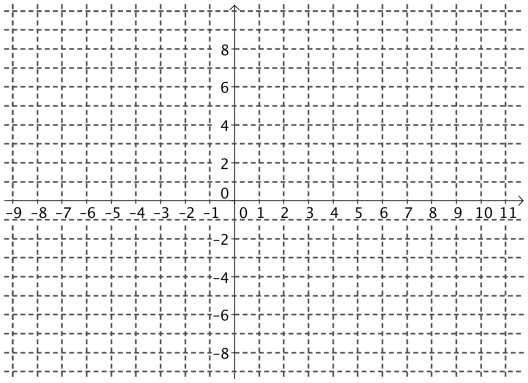
9. $y = -2(x + 6) + 8$



¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

10. $f(1) = -5, f(n) = f(n-1) + 1$



¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

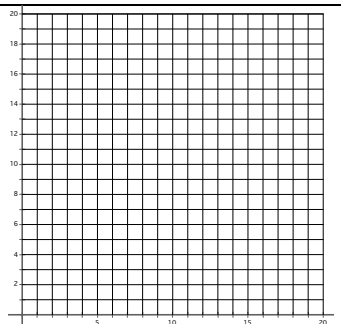
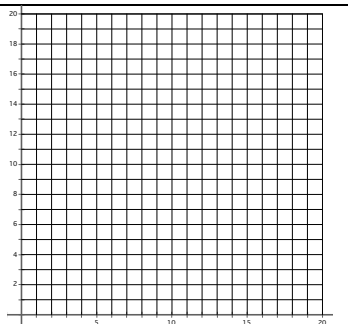
Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

2.6

READY, SET, GO! Nombre Periodo Fecha

PREPERACIÓN

Tema: Comprar modelos lineales y exponenciales.
Compara las diferentes características de cada tipo de función llenando los espacios en cada tabla tan completamente como sea posible.

	$y = 4 + 3x$	$y = 4(3^x)$
1. Tipo de crecimiento		
2. ¿Qué tipo de secuencia corresponde a cada modelo?		
3. Haz una table de valores.	x | y	x | y
4. Encuentra la tasa de cambio		
5. Grafica la ecuación. Compara las gráficas. ¿Qué es igual? ¿Qué es diferente?		
6. Encuentra la intersección de la linea para cada función.		

7. Encuentra la intersección de la línea para las siguientes ecuaciones.

a) $y = 3x$ b) $y = 3^x$

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

8. Explica cómo puedes encontrar la intersección de la línea de una ecuación lineal y cómo se diferencia de encontrar la intersección de la línea de una ecuación geométrica. Explica.

PRÁCTICA

Tema: Eficacia con diferentes formas de funciones lineales y exponenciales..

Para cada ejercicio o problema al calce, usa la información dada para determinar cuál de las formas es la más eficaz para lo que se necesita (Ver actividad 2.6, Lineal: pendiente-intersección de la línea, forma punto-pendiente, recursiva; Exponencial: formas explícita y recursiva).

9. Jasmine ha estado trabajando para ahorrar dinero y quiere tener una ecuación para modelar la cantidad de dinero en su cuenta bancaria. Ella ha estado depositando $175 al mes, consistentemente, no recuerda cuánto dinero depositó inicialmente, sin embargo, en su último estado de cuenta observó que su cuenta ha estado abierta por 10 meses y actualmente tiene $2,475 en esta. Crea una ecuación para Jasmine.

¿Cuál forma de ecuación escoges? **Escribe la ecuación.**

10. La tabla al calce muestra el número de rectángulos creados cada vez que se dobla el centro de un papel. Usa esta tabla para cada pregunta.

Dobleces	Rectángulos
1	2
2	4
3	8
4	16

A. Encuentra el número de rectángulos creados con 5 dobleces.

¿Cuál forma de ecuación escoges?

Escribe la ecuación.

B. Encuentra el número de rectángulos creados con 14 dobleces.

¿Cuál forma de ecuación escoges?

Escribe la ecuación.

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

11. Usando una nueva aplicación que acabo de bajar, quiero bajar mi consumo de calorías para poder bajar de peso. Actualmente peso 90 kilogramos, mi plan es bajar 1.2 kilogramos a la semana hasta que alcance mi meta. ¿Cómo puedo hacer una ecuación para modelar la pérdida de peso por varias semanas?

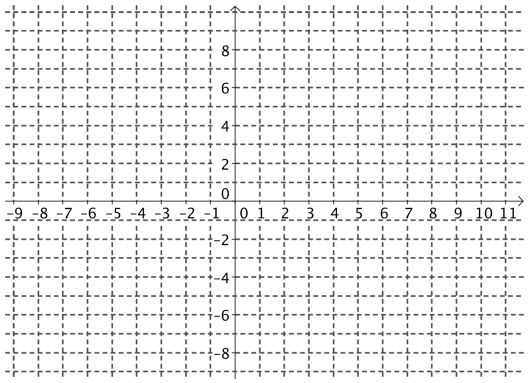
¿Cuál forma de ecuación escoges? **Escribe la ecuación.**

12. Desde que Scott empezó a hacer ejercicio, inspiró a Janet a ponerse la meta para hacer más ejercicio y caminar más cada día. Ella decidió caminar 10 metros más cada día. El día 20 ella caminó 800 metros. ¿Cuántos metros más caminará el día 21? ¿El día 60?

¿Cuál forma de ecuación escoges? **Escribe la ecuación.**

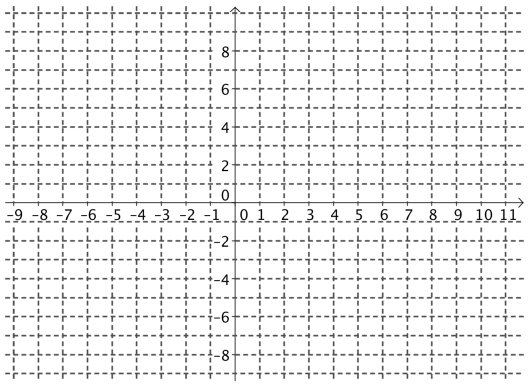
Por cada ecuación provista, expresa que información observas en la ecuación que te ayudará a graficarla, después, grafícala. También usa la ecuación para completar las cuatro coordenadas en la tabla.

13. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^n 8$



¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

14. $y = 5(x - 2) - 6$



¿Qué sabes de la ecuación que te ayude a graficar la función?

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org

RENDIMIENTO

Tema: Resolver ecuaciones de un paso, justificando.

Recuerda las dos propiedades que nos ayudan a resolver ecuaciones.

La Propiedad de la Igualdad de la Suma declara: Puedes sumar cualquier número a ambos lados de la ecuación y se mantiene la igualdad.
La Propiedad de la Igualdad de la Multiplicación declara: Puedes multiplicar cualquier número a ambos lados de la ecuación y se mantiene la igualdad.

Resuelve cada ecuación. Justifica tu respuesta identificando la propiedad(es) que usaste para obtenerla.

Ejemplo 1:		Justificación
	$x - 13 = 7$	
	$+13 \quad +13$	Propiedad de la igualdad de la suma
	$x + 0 = 20$	suma
	$x = 20$	identidad sumativa (Sumaste 0 y obtuviste x.)

Ejemplo 2:		Justificación
	$5x = 35$	
	$\frac{5}{5}x = \frac{35}{5}$	multiplicative property of equality (multiplied by $\frac{1}{5}$)
	$1x = 7$	multiplicative identity (A number multiplied by its reciprocal = 1)

15. $3x = 15$

	Justificación

16. $x - 10 = 2$

	Justificación

17. $-16 = x + 11$

	Justificación

18. $6 + x = 10$

	Justificación

19. $6x = 18$

	Justificación

20. $-3x = 2$

	Justificación

Mathematics Vision Project
Licensed under the Creative Commons Attribution CC BY 4.0
mathematicsvisionproject.org